

Les seules difficultés de cette présentation des calculs faisant intervenir zéro concernent la multiplication et la division.

Pour la multiplication, le résultat est clair : c'est zéro, avec, toutefois, une réserve s'il y a des calculs qui doivent suivre : on doit, dans ce cas, garder le nombre tel quel et conserver en tête qu'il y a eu multiplication par zéro. Voici comment le commentateur Gaṇeśa démontre que la multiplication par zéro doit avoir pour résultat zéro :

« Dix, multiplié par trois, fait trente. Dix, multiplié par ce trois diminué de un, fait vingt exactement. Dix, multiplié par ce trois diminué de un, lui-même diminué de un, fait dix exactement. Dix, multiplié par ce trois diminué de un, lui-même diminué de un lui-même diminué de un, doit faire zéro, parce qu'un multiplicande, quand il est multiplié par un multiplicateur qui a été diminué de un, est diminué précisément d'un nombre égal au multiplicande. C'est pourquoi il est dit qu'un nombre multiplié par zéro est zéro. »

La possibilité de diviser par zéro est envisagée. La règle nous dit qu'un nombre divisé par zéro porte alors le nom de kha-haraḥ (ce qui a pour diviseur zéro) et l'exemple nous montre que cela dépend aussi de l'ensemble des calculs au cours desquels on a pu rencontrer une multiplication ou une division par zéro.

On peut résumer ainsi la conduite d'un calcul avec des multiplications ou des divisions par zéro : si un nombre est multiplié (divisé) par zéro, on le garde tel quel et, si par la suite, on a à diviser (multiplier) par zéro, alors la nouvelle opération annule la précédente.

Le commentaire de Gaṇeśa sur cette même règle de la Līlāvātī est plus explicite :

« Une opération de reste étant à faire, on ne doit pas oublier qu'il est « celui dont le multiplicateur est zéro ». Par exemple, zéro étant obtenu comme multiplicateur d'un nombre, s'il y a une autre opération pour ce nombre, alors, « un nombre multiplié par zéro sera zéro » ne doit pas être appliqué. Néanmoins, zéro doit être placé à côté de lui à la place du multiplicateur. Ensuite, une opération de reste étant effectuée, si, zéro, à nouveau, est diviseur, alors la destruction des deux, le multiplicateur zéro et le diviseur zéro, doit être accomplie en raison de leur égalité. S'il n'y a pas de diviseur zéro, alors l'auteur dit : le nombre multiplié par zéro sera zéro : « zéro étant produit comme multiplicateur, etc. »

Il reste à savoir dans quelles circonstances on rencontre des divisions par zéro... L'exemple donné, où il faut trouver un nombre qui donne soixante-trois après diverses opérations, dont une division par zéro, ne peut nous renseigner, il faut peut-être y voir une tentative pour intégrer zéro dans le système des nombres. Un des mots sanskrits pour désigner zéro est śūnyam : le vide, la place vacante dans l'écriture des nombres, quand un chiffre manque à un certain rang, et Sūryadāsa dans le commentaire sur le Bījagaṇita de Bhāskara dit que zéro n'est pas un nombre par lui-même.

Dans le Bījagaṇita Bhāskara nous dit qu'un nombre divisé par zéro est an-antaḥ (sans limite), et que, dans ces circonstances, ajouter ou retrancher un nombre à une telle quantité ne la modifie pas. Ce qui tend à montrer qu'à son époque, et sans doute antérieurement, en Inde, on avait l'expérience de la division par de très petits nombres et une idée de la notion d'infini.

Voici le détail des calculs de l'exemple. En appelant x le nombre à trouver, l'équation est la suivante :

$$\frac{(x \times 0 + \frac{x \times 0}{2}) \times 3}{0} = 63$$

Gaṅgādhara nous donne deux solutions, qui utilisent des règles énoncées dans les sections de la Līlāvātī qui suivent ce chapitre sur zéro.

La première méthode utilise la « règle d'inversion. Celle-ci consiste à remonter à l'envers les calculs décrits, en remplaçant chaque opération mentionnée par son opération inverse, jusqu'à ce qu'on arrive à l'inconnue : « Dans le cas d'une donnée, pour calculer le nombre demandé, un diviseur doit être fait multiplicateur ; un multiplicateur, diviseur ; un carré, racine ; une racine, carré ; un négatif, positif ; un positif, négatif. Dans le cas d'une augmentation ou d'une diminution d'une partie aliquote, le dénominateur augmenté ou diminué du numérateur doit être fait dénominateur, le numérateur, lui, est inchangé et la suite est comme cela est exposé dans cette règle d'inversion. »

La dernière opération mentionnée étant la division par zéro, il faut commencer par multiplier par zéro ; conformément à la règle de multiplication par zéro, on conserve donc 63 en lui donnant le nom de « 63 qui a pour multiplicateur zéro » (63-khaḡaṇaḥ), on obtient donc :

$$(x \times 0 + \frac{x \times 0}{2}) \times 3 = 63\text{-khaḡaṇaḥ}$$

Puis, on divise par 3 :

$$x \times 0 + \frac{x \times 0}{2} = 21\text{-khaḡaṇaḥ}$$

Ensuite, comme notre nombre inconnu a été augmenté de sa moitié, le commentateur nous explique que l'opération inverse est une diminution d'un tiers et nous en donne même la raison d'un autre point de vue : augmenter de la moitié consistant à multiplier par $\frac{3}{2}$, il faut donc diviser par $\frac{3}{2}$.

$$x \times 0 = 21\text{-khaḡaṇaḥ} - 7\text{-khaḡaṇaḥ} = 14\text{-khaḡaṇaḥ}$$

Enfin, comme la première opération effectuée était une multiplication par zéro, il faut diviser par zéro et, comme on a un « khaḡaṇaḥ », le 14 obtenu est inchangé et la solution du problème est donc 14.

La deuxième méthode utilise l'opération de supposition, celle-ci consiste à effectuer tous les calculs avec un nombre arbitraire à la place de l'inconnue et à calculer celle-ci avec une règle de trois : « Un nombre choisi à plaisir est multiplié, divisé, augmenté ou diminué de parts, comme formulé dans l'énoncé du problème. La donnée multipliée par le nombre choisi et divisée par ce résultat est le nombre cherché. »

Le nombre arbitraire choisi est 4. On le multiplie par zéro et, comme il reste des opérations à effectuer, on le conserve en lui donnant le nom « 4-khaḡaṇaḥ ».

Puis on ajoute sa moitié, 2, on obtient 6 que l'on multiplie par 3. Le résultat, 18, doit être alors divisé par zéro, mais comme à l'origine on a multiplié par zéro, cette opération est annulée et le résultat est donc 18.

Il reste à achever le calcul par la règle de trois : si 4 produit 18 à la suite de ces calculs, cela veut dire que 4 et x , d'une part, et 18 et 63, d'autre part, sont dans le même rapport de proportion :

$$\frac{4}{x} = \frac{18}{63}. \text{ Donc : } x = \frac{4 \times 63}{18} = 14.$$