

M1 IPCC : Traitement du Signal 1

TD7 : Analyse de filtres numériques

1 Etude d'un filtre récursif du 1er ordre

Soit un filtre défini par l'équation suivante :

$$s(n) = a.s(n-1) + e(n)$$

où e et s désignent respectivement l'entrée et la sortie.

- 1) Donner la fonction de transfert $H(z)$. Quels sont les pôles et les zéros du filtre ? A quelle condition celui-ci est-il stable ?
- 2) Quelle est la réponse impulsionnelle $h(n)$?
- 3) On note $\Omega = 2\pi\nu$ la pulsation normalisée (ν désignant ici la fréquence normalisée). Dans le plan complexe (plan en Z), on note M et A les points correspondant respectivement à $e^{j\Omega}$ et a . Exprimer $|H(e^{j\Omega})|$ en fonction de AM . En déduire l'allure du module de la réponse fréquentielle $|H(\nu)|$, selon le signe de a .

2 Etude d'un filtre récursif du 2nd ordre

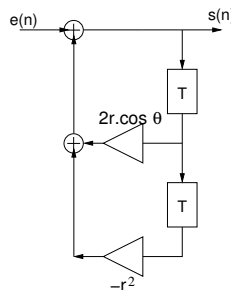


FIG. 1 – Structure du filtre

- 1) Donner l'équation aux différences et la fonction de transfert $H(z)$ du filtre représenté sur la figure 1.

2) Déterminer les pôles et les zéros du filtre. A quelle condition celui-ci est-il stable ? Représenter les pôles et les zéros dans le plan complexe pour $r = 0.8$ et $\theta = \pi/4$. En déduire l'allure de la réponse fréquentielle.

2) De quel type est la réponse impulsionnelle $h(n)$?

3 Filtres à phase linéaire

Soit un filtre RIF de longueur $N + 1$ dont les coefficients $h(0) \dots h(N)$ sont symétriques :

$$\forall n = N/2 + 1 \dots N \quad h(n) = h(N - n)$$

1) En groupant judicieusement les termes par paires comme dans le TD précédent, exprimer la réponse fréquentielle sous la forme $H(\nu) = A(\nu)e^{j\alpha(\nu)}$ avec $A(\nu)$ et $\alpha(\nu)$ réels.

2) Si l'entrée du filtre est :

$$x(n) = \sin(2\pi\nu_0 n + \phi_0)$$

exprimer la sortie en fonction de $A(\nu_0)$. Le retard introduit par le filtre dépend-il de la fréquence de la sinusoïde ?

3) On souhaite modifier le timbre d'un instrument de musique (on définit grossièrement le timbre comme le spectre d'amplitude du signal sonore) par un filtre numérique, sans altérer certains caractères temporels du son tels que l'attaque de l'instrument. Dans ce contexte, quel est l'intérêt d'un filtre tel que celui-ci ?