M1 IPCC : Traitement du Signal 1
Examen de contrôle continu

17 novembre 2004

Documents, calculatrices et téléphones interdits.

Les réponses au QCM doivent être portées directement sur le premier feuillet, qui est à rendre avec votre copie, en précisant vos nom et prénom. La plupart des questions de cours devraient pouvoir être traitées assez rapidement, de préférence en premier (bon rapport points/effort). Les exercices peuvent être traités dans l'ordre qui vous conviendra.

1 Questions de cours

1.1 QCM (6 points)

NB :
- *Le barême est de +1 par réponse juste et -1/2 par réponse fausse. Il vaut donc mieux ne pas répondre que répondre au hasard.*
- *Lorsque plusieurs réponses sont possibles, elles doivent être toutes cochées pour que la réponse soit valide.*

1) Le spectre d'un signal bref est ...

☐ **étroit** ☐ **large**

2) Plus les variations temporelles d'un signal sont rapides, plus la fréquence maximale de son spectre est ...

☐ **basse** ☐ **haute**

3) Soient 3 signaux $x(t) = cos(\omega t + \phi)$, $y(t) = cos(\omega(t + \theta) + \phi)$, $z(t) = cos(2\omega t + \phi)$. On note $\Gamma_{xy}(\tau)$ la corrélation entre $x(t)$ et $y(t)$, $\Gamma_{xz}(\tau)$ la corrélation entre $x(t)$ et $z(t)$. Quelle inégalité est la plus probable ?

☐ $\boldsymbol{\Gamma_{xy}(\theta) < \Gamma_{xz}(\theta)}$ ☐ $\boldsymbol{\Gamma_{xz}(\theta) < \Gamma_{xy}(\theta)}$

4) Un filtre est entièrement caractérisé par :

☐ **sa réponse impulsionnelle** ☐ **sa réponse fréquentielle**

5) Soient 3 signaux $s_A(t)$, $s_B(t)$ et $s_C(t)$, dont les spectres respectifs $S_A(\nu)$, $S_B(\nu)$ et $S_C(\nu)$ sont représentés sur la figure 1. Quel type de filtre utiliser pour extraire $s_B(t)$ du mélange $s_A(t) + s_B(t) + s_C(t)$?

☐ **passe-bas** ☐ **passe-haut** ☐ **passe-bande** ☐ **coupe-bande**

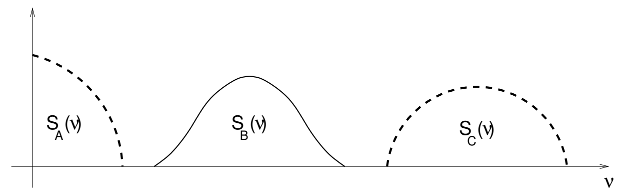

FIG. 1 – Spectres de 3 signaux $s_A(t)$, $s_B(t)$ et $s_C(t)$

6) La transformée de Laplace $X(p)$ d'un signal $x(t)$ et sa transformée de Fourier $X(\nu)$ coïncident pour :

☐ ***p* réel** ☐ ***p* imaginaire pur**

1.2 Questions ouvertes (6 points)

NB : Ces questions appellent des réponses assez courtes. Barême approximatif : 1 1 1,5 0,5 1 1.

1) Expliquer l'intérêt de la transformée de Fourier en vous appuyant sur un exemple.

2) Un signal d'énergie infinie et de puissance moyenne finie n'a pas de transformée de Fourier. Comment peut-on alors le représenter dans le domaine fréquentiel ?

3) Une chaîne de traitement numérique du signal peut être schématisée de manière générale comme indiquée sur la figure 2. On considère un dispositif de reconnaissance vocale dans une application domotique : dans une salle réverbérante, un micro installé dans un coin de la pièce capte les ordres de l'utilisateur, qui sont reconnus par un programme implanté sur l'ordinateur gérant le logement. Quel est le système analogique ? Quelle peut être la fonction du filtre numérique de traitement ? Quelle devra être sa réponse fréquentielle ?

FIG. 2 – Chaîne de traitement du signal

4) Qu'est-ce que la réponse impulsionnelle d'un filtre ?

5) Qu'est-ce que la fréquence de résonnance d'un filtre du second ordre ?

6) Dans le plan complexe, où sont les pôles de la fonction de transfert d'un système analogique physique (donc stable) ?

2 Exercices

2.1 Transformée de Fourier et modulations (5 points)

Pour transmettre un signal d'information $m(t)$ par voie hertzienne, on peut utiliser un modulateur à bande latérale unique (BLU), dont le schéma de principe est représenté sur la figure 3.

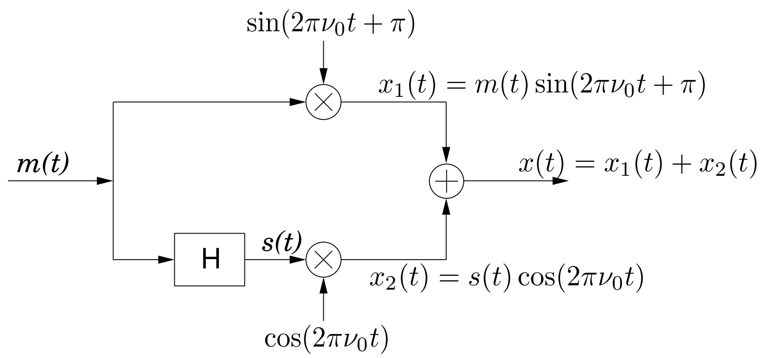

FIG. 3 – Modulation à bande latérale unique.

Le filtre H a pour réponse fréquentielle $H(\nu) = -\mathrm{j}.\mathrm{signe}(\nu)$, représentée en module et en phase ci-dessous. Le signal $m(t)$ a pour spectre $M(\nu)$, représenté sur la figure 5. **On suppose que $\nu_M \ll \nu_0$.**

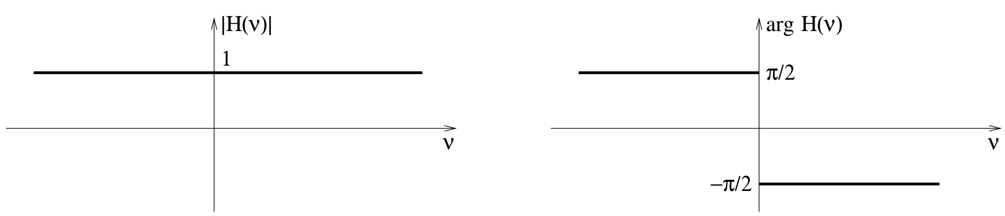

FIG. 4 – Réponse fréquentielle du filtre H.

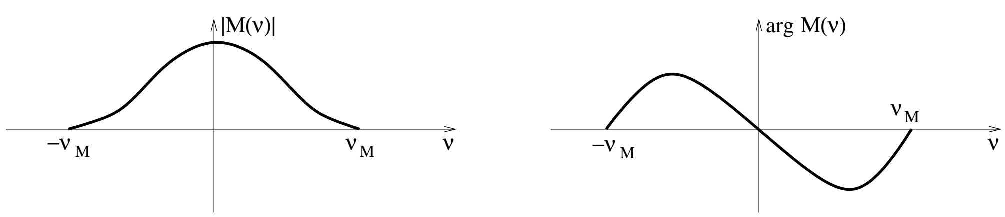

FIG. 5 – Spectre du signal d'information.

1) Dessiner $S(\nu)$, le spectre de $s(t)$ (module et argument). *NB : les dessins peuvent être faits à main levée, ils doivent juste être clairs.*

2) Montrer que le spectre de $x_2(t)$ peut s'exprimer par $X_2(\nu) = \frac{1}{2}\Big(S(\nu - \nu_0) + S(\nu + \nu_0)\Big)$. Dessiner le module et l'argument de $X_2(\nu)$.

3) On peut montrer par le même calcul que $X_1(\nu) = \frac{1}{2\mathrm{j}}\Big(M(\nu+\nu_0) - M(\nu-\nu_0)\Big)$. $X_1(\nu)$ est représenté sur la figure 6. Dessiner $|X(\nu)|$, le spectre d'amplitude de $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$. A toutes fins utiles, on rappelle que $Ae^{\mathrm{j}(\alpha+\pi)} = -Ae^{\mathrm{j}\alpha}$.

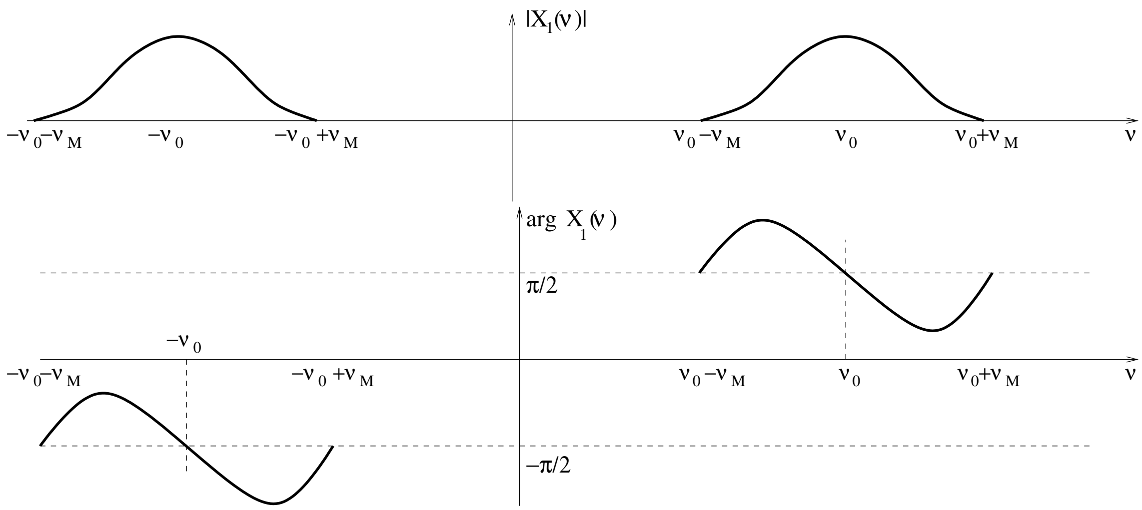

FIG. 6 – Spectre de $x_1(t)$.

4) Dans une modulation d'amplitude classique à suppression de porteuse, on aurait :

$$X(\nu) = \frac{1}{2}\Big(M(\nu + \nu_0) + M(\nu - \nu_0)\Big),$$

tel que représenté en module sur la figure 7. Quel est l'intérêt de la modulation BLU ?

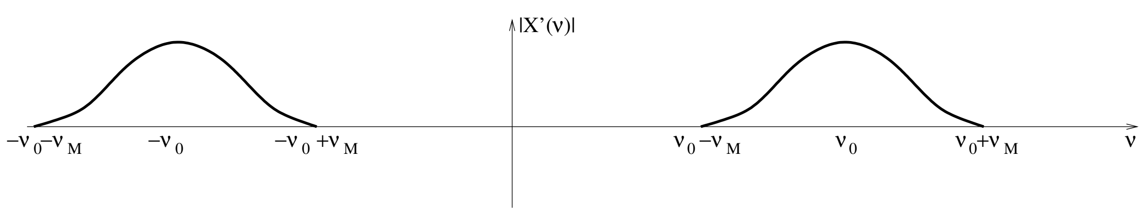

FIG. 7 – Spectre de $x(t)$ pour une modulation d'amplitude classique.

2.2 Filtre RC (5 points)

Le circuit de la figure 8, alimenté par la tension $x(t)$, est un système dynamique d'entrée $x(t)$ et de sortie $y(t)$, régi par l'équation suivante :

$$RCy'(t) + y(t) = x(t) \tag{1}$$

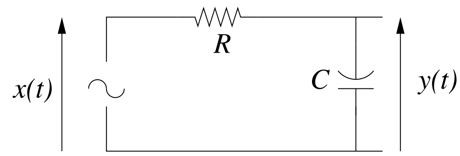

FIG. 8 – Circuit RC.

1) Donner la fonction de transfert $H(p)$ de ce filtre.

2) Calculer le module de la réponse fréquentielle $H(\nu)$. Tracer son diagramme de Bode (axe des abscisses : $\log(\nu)$, axe des ordonnées : $|H(\nu)|_{\text{dB}}$), en précisant l'asymptote en $+\infty$. Quelle est la fréquence de coupure à -3 dB ?

3) On assimile à présent ce filtre à un filtre idéal de même type : si $|H(\nu)|_{\text{dB}} > -3\ \text{dB}$, on considère que $|H(\nu)| \simeq 1$, sinon $|H(\nu)| \simeq 0$. Avec cette approximation, quelle est la réponse du filtre au signal $x(t) = \sin(\pi\nu_c t) + \cos(4\pi\nu_c t)$, où ν_c est la fréquence de coupure calculée à la question précédente ?