

Examen « apprentissage automatique »
5 Mai 2014 - Durée 2h
Documents autorisés

Exercice 1

Un exemple possède deux attributs x_1 et x_2 à valeurs dans $\{0, 1, 2, 3\}$ et appartient à la classe + ou à la classe -. Soit E l'ensemble total des exemples de la table 0. La table 1 indique les ensembles d'apprentissage utilisés.

$x_2 \setminus x_1$	0	1	2	3
0	+	+	+	+
1	-	+	+	+
2	-	-	+	+
3	-	-	-	+

Table 0: Une cellule contient la classe (+ ou -) de l'exemple.

$x_2 \setminus x_1$	0	1	2	3
0	V	B	J	V
1	J	R	R	B
2	B	R	R	J
3	V	J	B	V

Table 1: Les 4 ensembles d'apprentissage V, R, B, J.

Question 1

Pour chaque ensemble d'apprentissage $A = V, R, B, J$, donner l'*arbre de décision* $AD(A)$ utilisant x_1 en premier critère et x_2 en second critère et le nombre d'erreurs effectuées par $AD(A)$.

Question 2

Dans cette question, E est partitionné en 4 sous-ensembles selon les valeurs de x_1 et x_2 dans $\{0, 1\}$ ou dans $\{2, 3\}$. La table 2 indique le nombre d'exemples + et le nombre d'exemples - pour chacun des 4 sous-ensembles. On utilise de l'*inférence bayésienne* IB. Pour chacun des ensembles d'apprentissage $A = V, R, B, J$, donner le nombre d'erreurs effectuées par $IB(A)$.

$x_2 \setminus x_1$	0 1	2 3
0 1	3, 1	4, 0
2 3	0, 4	1, 3

Table 2: les 4 sous-ensembles d'exemples.

Question 3

Dans cette question, on suppose que x_1 et x_2 sont à valeurs réelles. Pour chaque ensemble d'apprentissage $A = V, R, B, J$, donner la droite séparatrice apprise par un *perceptron* $P(A)$ et le nombre d'erreurs effectuées par $P(A)$.

Question 4

On se place dans le cadre de l'apprentissage dans l'*espace des versions*. Pour chaque ensemble d'apprentissage $A = V, R, B, J$, faire tourner l'*algorithme d'élimination des candidats*, donner l'ensemble $G(A)$ et l'ensemble $S(A)$, choisir une hypothèse $H(A)$ cohérente, et donner le nombre d'erreurs effectuées par $H(A)$.

Question 5

Conclure.

Exercice 2

Un exemple possède deux attributs x_1 et x_2 à valeurs réelles et appartient à la classe + ou à la classe -. Soit E l'ensemble des exemples de la table 3. Une hypothèse est un *perceptron* apprenant sur 2 exemples de E dont le premier est positif (+) et le second négatif (-). Il y a donc $6 \times 3 = 18$ perceptrons possibles.

$x_2 \setminus x_1$	0	1	2
0	+	+	+
1	-	+	+
2	-	-	+

Table 3: Ensemble E avec 6 exemples + et 3 exemples -.

Question 1

Donner le nombre d'erreurs effectuées par chacun des 18 perceptrons. Un erreur compte 0.5 lorsque l'exemple est situé sur la droite séparatrice. Parmi ces perceptrons, y en a-t-il un correct ?

Question 2

On évalue la pertinence d'un exemple avec la moyenne du nombre d'erreurs des apprenants auxquels ils ont servis. Trouver f l'exemple négatif (-) le plus pertinent. Trouver b, c et d les 3 exemples positifs (+) les plus pertinents.

Question 3

Soit $\Delta(f_b), \Delta(f_c), \Delta(f_d)$ les 3 droites de ces 3 perceptrons. Donner les équations des 3 droites et les 3 fonctions hypothèses $H(f_b), H(f_c), H(f_d)$ correspondantes. On utilisera la fonction signe donnant le signe d'un nombre réel : +1 s'il est positif, -1 s'il est négatif et 0 sinon.

Question 4

Trouver une hypothèse H_3 avec 0 erreur, combinaison linéaire des 3 fonctions $H(f_b), H(f_d), H(f_c)$. Trouver une hypothèse H_2 avec 0 erreur, combinaison affine de 2 des 3 fonctions.