

Examen « apprentissage automatique »
30 avril 2013 - Durée 2h
Documents autorisés

Exercice 1 (apprenants faibles)

Un exemple possède deux attributs x_1 et x_2 à valeurs dans $\{0, 1, 2, 3\}$. Soit E l'ensemble d'exemples de la table 0.

$x_2 \setminus x_1$	0	1	2	3
0	-	-	-	+
1	+	-	-	+
2	+	+	-	+
3	+	-	-	-

Table 0: Ensemble E . Une cellule de la table contient la classe (+ ou -) de l'objet correspondant.

Dans les questions 1, 2, 3, pour apprendre, on utilise le sous-ensemble E_1 de la table 1.

$x_2 \setminus x_1$	0	1	2	3
0		-		+
1	+		-	
2		+		+
3	+		-	

Table 1: Ensemble E_1 .

Question 1

Construire un arbre de décision T_{11} prenant x_1 comme test à la racine et apprenant sur E_1 .
Construire un arbre de décision T_{12} prenant x_2 comme test à la racine et apprenant sur E_1 .
Compter le nombre d'erreurs faites par T_{11} et T_{12} sur l'ensemble E .

Question 2

On suppose que les exemples ont des valeurs numériques dans l'ensemble des nombres réels.
Construire un perceptron P_{11} apprenant sur E_1 et minimisant le nombre d'erreurs.
Compter le nombre d'erreurs faites par P_{11} sur l'ensemble E_1 , puis sur l'ensemble E .

Question 3

Construire un réseau de neurones P_{12} , avec 2 unités cachées et une unité de sortie, apprenant sur E_1 et minimisant le nombre d'erreurs.
Compter le nombre d'erreurs faites par P_{12} sur l'ensemble E_1 , puis sur l'ensemble E .

Dans les questions 4, 5, 6, pour apprendre, on utilise le sous-ensemble E_2 de la table 2.

$x_2 \setminus x_1$	0	1	2	3
0	-		-	
1		-		+
2	+		-	
3		-		-

Table 2: Ensemble E2.

Question 4

Construire un arbre de décision T21 prenant x_1 comme test à la racine et apprenant sur E2.

Construire un arbre de décision T22 prenant x_2 comme test à la racine et apprenant sur E2.

Compter le nombre d'erreurs faites par T21 et T22 sur l'ensemble E.

Question 5

On suppose que les exemples ont des valeurs numériques dans l'ensemble des nombres réels.

Construire un perceptron P21 apprenant sur E2 et minimisant le nombre d'erreurs.

Compter le nombre d'erreurs faites par P21 sur l'ensemble E2, puis sur l'ensemble E.

Question 6

Construire un réseau de neurones P22, avec 2 unités cachées et une unité de sortie, apprenant sur E2 et minimisant le nombre d'erreurs.

Compter le nombre d'erreurs faites par P22 sur l'ensemble E2, puis sur l'ensemble E.

Question 7

Conclure l'exercice.

Exercice 2 (inférence bayésienne)

Un exemple possède deux attributs x_1 et x_2 à valeurs dans $\{0, 1, 2\}$. Soit E l'ensemble d'exemples de la table 3.

$x_2 \setminus x_1$	0	1	2
0	9, 1	8, 2	6, 4
1	6, 4	5, 5	4, 6
2	5, 5	3, 7	3, 7

Table 3: Chaque cellule contient le nombre d'exemples positifs et le nombre d'exemples négatifs.

Question 1

Dessiner le réseau bayésien correspondant à l'ensemble E avec 3 noeuds: x_1 , x_2 , c (la classe + ou -).

Question 2

Calculer la probabilité d'erreur d'un apprenant utilisant l'inférence bayésienne.

Question 3

Calculer $P(x_1=0 \mid c=+)$ et $P(x_2=2 \mid c=-)$.